

# LA CONVERSA DE MATEMÀTIQUES A L'EDUCACIÓ PRIMÀRIA: UNA EINA PER APRENDRE

**Teresa Serra Santasusana**

Mestra i psicopedagoga.

Directora de l'Escola Vila Olímpica de Barcelona

## RESUMEN

Este artículo se propone justificar la importancia de la conversación de matemáticas en la clase, entre el alumnado y el maestro, para favorecer el desarrollo de la competencia matemática. Para ello describe el análisis de conversaciones concretas y ofrece la Pauta de Observación de la Conversación de Matemáticas creada por la autora. Así mismo propone una Guía de Estrategias Metodológicas para llevar a cabo conversaciones de matemáticas en la clase.

## ABSTRACT

This article aims to justify the importance of math conversation between students and the teacher to encourage the development of mathematical competence. It describes the specific conversation analysis offers Guideline Observation of Mathematics Conversation created by the author. It also proposes a Methodological Strategy Guide to carry out math conversations in class.

## INTRODUCCIÓ

Aquest article és un dels fruits del treball de recerca, dut a terme dins del marc de la llicència d'estudis retribuïda concedida pel Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (Resolució EDU/559/20099), i que alhora fou objecte del Premi Marta de Mata de Pedagogia 2010.

S'hi exposa la conveniència de donar un lloc preeminent a la conversa de matemàtiques entre els nens i nenes i la mestra, per afavorir la construcció del coneixement matemàtic i el desenvolupament de la competència matemàtica, fent especial èmfasi en la representació i ús del llenguatge matemàtic.

El fil argumental d'aquest article són quatre preguntes, a les quals s'intenta oferir respostes, tant des d'un punt de vista psicopedagògic, com amb l'exemple d'una de les converses analitzades en la recerca. Aquesta conversa es va desenvolupar a l'Escola Vila Olímpica a començaments de 6è curs de Primària, la tardor del 2009. Els nens i nenes havien de buscar solucions al problema de *Com transformar en percentatges les dades obtingudes en forma de fraccions?*

Al llarg de les quatre preguntes, després d'abordar la fonamentació teòrica (primera pregunta) i presentar els criteris per triar les activitats matemàtiques rellevants per afavorir la conversa (segona pregunta), la resposta a la tercera pregunta dóna lloc a la proposta d'estratègies metodològiques per guiar la conversa de matemàtiques a la classe.

Finalment, la Pauta d'observació de la Conversa de Matemàtiques, respon a la quarta pregunta referida a l'avaluació de l'alumnat i al professorat en el marc de la conversa a la classe.

**PRIMERA PREGUNTA: Com pot ajudar la conversa de matemàtiques de la classe a millorar el desenvolupament de la competència matemàtica en els nens i les nenes?**

Una de les finalitats de l'aprenentatge de les matemàtiques a

l'Educació Primària és obrir i afermar el coneixement i l'ús del llenguatge matemàtic com una eina potentíssima de representació de la realitat, tant de fenòmens naturals, com socials (Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya, 2007). Els nens i les nenes, en diferent grau segons les seves potencialitats, han de poder traduir situacions de vida al llenguatge matemàtic, alhora que han de poder farcir de realitat expressions matemàtiques. D'aquesta manera es fomenta la relació de les matemàtiques amb la comprensió i representació del món (Alsina et al. 1995).

Aquest camí de representació, de traducció d'anada i tornada, és un camí complex que cal mimar-lo i acompanyar-lo, perquè sigui un camí amb significat per a cada nen i nena, perquè només així el llenguatge matemàtic esdevindrà funcional i simbòlic.

Si s'entén l'aprenentatge dins del paradigma socio-construccionista, aprenem sols i amb els altres. La conversa sobre les matemàtiques, posar paraules a les idees, a les experiències, utilitzar el llenguatge verbal, abans durant i després de la incorporació del llenguatge simbòlic, esdevé una gran ajuda per a cada nen i cada nena. Tal i com afirma Kamii (1988) el nen reinventa l'àritmètica per construir els nombres i les operacions, i en aquest procés l'experimentació i la conversa amb la mestra hi juguen papers preeminentes.

Bishop (1999) destaca el fet d'*explicar*, com una de les de sis activitats matemàtiques que s'observen en el procés de desenvolupament del coneixement matemàtic de totes les cultures, per diferents que siguin. Explicar, exposa relacions existents entre fenòmens, i busca la unitat subjacent a la diversitat. Explicar, s'ocupa de donar resposta al perquè. La relació explicativa cerca la similitud, la regularitat entre fets que en aparença difereixen. Sovint les matemàtiques endeguen la cerca de patrons de regularitat davant de fets, situacions i processos, que aparentment, no tenen cap similitud.

Les converses en les que s'exploren les idees matemàtiques, des de diferents perspectives, ajuden als participants a compartir el que pensen i a establir connexions. Els alumnes que s'involucren en discussions per a justificar solucions, especialment quan hi ha desacord, arriben a una millor comprensió matemàtica a mesura que intenten convèncer als seus companys dels seus punts de vista. Aquesta activitat contribueix al desenvolupament del llenguatge per expressar les idees matemàtiques i contribueix, alhora, a apreciar la necessitat de la precisió del llenguatge. (Hatano, Inagaki, 1991)

A l'oferir un espai i un temps a la classe per tal que els estudiants expressin les seves pròpies idees matemàtiques es fomenta que tant l'alumnat com la mestra/e argumentin. En aquesta línia, Yackel (2002) conclou que l'èmfasi en l'argumentació col·lectiva pot esdevenir molt útil per promoure l'obertura de les discussions matemàtiques per a nous conceptes i instruments que poden emergir de la conversa, entenent per argumentació col·lectiva, aquella argumentació que es dona quan dos o més argumentacions individuals interactuen.

Sovint resulta difícil i complex per al professorat de matemàtiques canviar el model d'ensenyament de l'àrea, desplaçant-se des d'un model directiu a un model més col·laboratiu sustentat en la creació d'una comunitat d'aprenentatge que inclogui els nens i les nenes i la mestra/e. En aquest últim model, la conversa hi té un lloc destacat (Mercer, 2001). Tanmateix, quan el professorat s'adona que els alumnes poden defensar les seves idees, qüestionar i clarificar les dels altres, la importància del discurs comença a guanyar terreny.

Hufferd,-Ackles, Fuson i Sherin (2004) defineixen quatre nivells de complexitat en el desenvolupament de la conversa de matemàtiques de l'alumnat amb el mestre/a en la comunitat d'aprenentatge que és l'aula.

- **Nivell 0 :** *Classe tradicional, directiva, l'alumnat dona respostes breus*
- **Nivell 1:** *La mestra comença a centrar l'atenció en el pensament matemàtic de l'alumnat. La mestra juga el paper central en la comunitat d'aprenentatge de matemàtiques.*
- **Nivell 2:** *La mestra modela i ajuda l'alumnat a assumir nous rols. Creix el co-ensenyament i el co-aprenentatge entre alumnes mitjançant la conversa.*
- **Nivell 3:** *La mestra actua com a co-mestra i co-aprenent. La mestra gestiona tot el que passa a la classe. La mestra està a punt per ajudar, però d'una forma més perifèrica, menys directiva.*

Aquests nivells estan íntimament vinculats amb la concepció de construcció del coneixement matemàtic que té el professorat. Mentre que els primers nivells parteixen de concepcions molt transmissives del coneixement, els dos últims s'inscriuen

dins del marc socio-constructivista de l'aprenentatge. Alhora aquests nivells són els referents de l'anàlisi de les converses dut a terme en l'estudi al que es refereix aquest article.

Pel que fa al desenvolupament de la competència matemàtica cal considerar que el seu assoliment es un objectiu general a aconseguir a llarg termini. Aquest assoliment es considera com un procés continu i no com un valor dicotòmic (Niss, 2003). Dins del contínuum, que representa el desenvolupament de la competència matemàtica, es poden considerar diferents nivells que en faciliten l'avaluació. Es prenen com a referents els nivells de competència matemàtica que defineix OCDE (2003) en l'Informe PISA: *reproducció, connexió i reflexió*.

- **Nivell de reproducció.** Es refereix: a la repetició d'un coneixement estudiat en un context similar al d'aprenentatge, a la representació de problemes comuns, al reconeixement de equivalents, a la recopilació de propietats i objectes matemàtics familiars, a l'execució de procediments rutinaris, a l'aplicació de destreses tècniques i d'algoritmes habituals, a la manipulació d'expressions amb símbols i fórmules elementals, així com a la realització de càlculs senzills.
- **Nivell de connexió.** Correspon: a la resolució de problemes poc rutinaris, a la utilització de contextos menys familiars als d'aprenentatge, a la interpretació de les situacions desconegudes, a l'explicació dels processos utilitzats, a l'ús de diferents formes de representació i a la relació entre elles.
- **Nivell de reflexió.** Inclou: l'explicitació del raonament que l'estudiant realitza sobre els processos necessaris per a resoldre un problema, la utilització d'estratègies més creatives que les usades en el grup de connexió, l'establiment de relacions entre coneixements adquirits de les diferents parts de la matemàtica per a resoldre problemes complexos, la generalització i justificació de resultats obtinguts.

#### **SEGONA PREGUNTA: Quina mena d'activitats afavoreixen converses matemàtiques interessants?**

Resulta convenient planificar activitats, que incorporin la conversa, centrades en coneixements matemàtics rellevants per tal de facilitar-ne l'aprenentatge.

Les activitats han de fomentar un alt grau de desenvolupament cognitiu, pensament complex i no algorímic, que faciliti el contrast de maneres de pensar i de fer mitjançant la conversa. Han de conduir l'alumnat a explorar i entendre la naturalesa dels conceptes i dels processos matemàtics, i han de requerir la demanda d'autoregulació del propi procés cognitiu, així com la transferència dels conceptes i processos a la situació concreta a resoldre. Han de ser activitats obertes, que

ofereixin i suggereixin l'aparició d'iniciatives matemàtiques dels nens i nenes (NCTM, 2006).

Com exemple d'activitat, que està dins de l'estudi al que fa referència aquest article (Serra, 2011), es descriu una activitat de 6è curs que forma part d'un projecte de treball més ampli: *Els Camins Escolars*. Es refereix a l'estudi sobre els recorreguts i els mitjans de transport utilitzats pels nens i nenes per anar i tornar de l'escola. El projecte implica no només l'àrea de Matemàtiques, sinó també la de Coneixement del Medi i la de Llengua Catalana. L'objectiu final del projecte és redactar un article sobre aquest tema per a la revista de l'escola, per la qual cosa es necessita disposar d'una bona organització de les dades relatives als Camins Escolars dels alumnes.

El centre temàtic de l'activitat és la conversa al voltant de la resolució d'un problema, estrictament matemàtic, per a l'alumnat de 6è curs de primària:

*Com transformar en percentatges les dades obtingudes sobre els Camins Escolars en forma de fraccions ?*

Aquesta activitat es centra en el reconeixement i ús de les relacions entre fraccions, decimals i percentatges i en la cerca de procediments que relacionin l'expressió de fraccions en forma decimal i en forma percentual. Les relacions entre les diferents expressions dels nombres racionals estan molt vinculades amb la idea d'equivalència, que és un concepte que comporta complexitat. És en aquest sentit que es fomenta la representació gràfica mitjançant la recta numèrica, com ajuda didàctica (Serra i Vinós, 2008). Al mateix temps es relaciona l'expressió fraccionària i decimal amb els percentatges donada la seva funcionalitat a l'hora de representar dades relatives a un estudi de camp sobre un determinat tema.[1]



### **TERCERA PREGUNTA: Quin és el paper de la mestra a l'hora de conduir la conversa de matemàtiques a la classe?**

Entendre la classe, i el diàleg que s'hi genera, com una comunitat d'aprenentatge on alumnes i mestra en són participants i on tots es beneficien de les aportacions dels altres, és la base del paper de la mestra en el guiatge de la conversa. La mestra forma part de la comunitat d'aprenentatge que és la classe, però hi té un paper força especial en la mida que és qui gestiona el funcionament del diàleg, tot recollint les aportacions dels nens i nenes, encoratjant-los a fer-ne més, oferint ajudes i reptes, segons requereixi el context.

A continuació es realitza una proposta d'estratègies metodològiques per guiar la conversa de matemàtiques, que distingeix tres temps de treball de la mestra: el previ a la conversa, **la planificació**; durant la conversa, **el guiatge**; i després de la conversa, **la reflexió** (Serra 2010). Aquest últim s'ampliarà quan es faci referència a l'avaluació.

#### **PROPOSTA D'ESTRATÈGIES METODOLÒGIQUES PER GUIAR LA CONVERSA DE MATEMÀTIQUES**

La mestra/e que té el propòsit d'utilitzar la conversa a la classe de matemàtiques, com a motor de l'aprenentatge, hauria de considerar:

##### **1. Abans de la conversa**

La tasca és la **planificació**, tot considerant el context, la cultura de l'aula i de l'escola, amb l'objectiu de crear o millorar la comunitat d'aprenentatge. Les accions que se'n deriven són:

- Tria justificada de continguts matemàtics rellevants, amb objectius clars.
- Selecció d'activitats de matemàtiques que portin als nens i nenes a pensar, tot tenint en compte l'ús diferents recursos, material manipulable, TIC.
- Ús de diferents representacions. Establir ponts cap al llenguatge matemàtic
- Gestió de la classe: agrupament d'alumnes, preguntes que generin pensament i diàleg, estratègies d'intervenció, gestió del temps.

##### **2. Durant la conversa**

La tasca és el **guiatge** de la conversa, tot considerant:

- **Preguntes.** Fer preguntes que provoquin el pensament i fomentin el diàleg (preguntes obertes, amb perspiciàcia, que posin de rellevància dades essencials). Fomentar que els nens i nenes formulin preguntes a la mestra/e i companys.
- **Expressió del Coneixement Matemàtic.** Utilitzar la recapitulació, l'exhortació, la refor-

mulació per tal de fomentar que els alumnes comuniquin les idees pròpies. Sol·licitar la descripció i l'explicació dels processos realitzats. Facilitar el contrast de diferents resolucions. Fomentar l'ús de representacions diverses, verbals, gràfiques, amb material i la seva relació.

- **Font de les Idees Matemàtiques.** Utilitzar les idees de l'alumnat com a guia per al desenvolupament de l'aprenentatge. Relacionar les idees dels alumnes amb els objectius planificats. Analitzar els errors i tractar-los com a oportunitats per aprendre. Fomentar que l'alumnat exposi al·legacions i conjectures.
- **Responsabilitat de l'Aprenentatge.** Donar temps als nens i les nenes per pensar i parlar. Encoratjar l'alumnat a l'aprenentatge. Actuar analitzant el context concret, oferint ajuda, deixant vèncer dificultats, proposant reptes.... Fomentar la co-responsabilitat mitjançant: redir el que un altre ha dit, sol·licitar acords i desacords justificats, fomentar l'ajuda entre iguals, acceptar suggeriments.
- **Nivells de Competència Matemàtica.** Tenir presents els nivells de competència, reproducció, connexió i reflexió per poder relacionar-hi les aportacions dels nens i nenes.

### 3. Després de la conversa

La tasca és la **reflexió**.

- Constatar els aspectes que han resultat sorprenents tant pel que fa a les aportacions dels alumnes, com pel que fa a les pròpies.
- Contrastar els continguts matemàtics planificats amb els que han emergit a la conversa.
- Reformular i ajustar les pròpies accions i decisions.

Registrar algunes aportacions de l'alumnat amb els nivells de competència matemàtica.

A tall d'exemple mostrarem ara la planificació que fa la mestra de l'activitat esmentada anteriorment, corresponent a 6è curs de primària.

## ABANS DE LA CONVERSA. PLANIFICACIÓ. RELACIÓ FRACCIONS I PERCENTATGES 6È PRIMÀRIA

### Objectius matemàtics

- Cerca de processos de solució al problema plantejat. *Com expressar en forma de percentatge una fracció?*
- Relacionar fraccions, decimals i percentatges.
- Usar diferents representacions dels nombres, fraccions, decimals, percentatges.
- Donar significat a la recta numèrica per representar fraccions, decimals i percentatges.
- Valorar la importància de l'ús dels percentatges per comunicar informació.
- Descriure els processos emprats per resoldre el problema.

### Organització de les dades relatives als Camins Escolars

Les dades trobades, relatives als diferents mitjans de transport o a d'altres criteris relacionats amb els Camins Escolars, s'expressen com a fraccions sobre diferents recetes numèriques. Aquest treball es fa per parelles.

Un cop tots els nens tenen expressades sobre les rectes les dades en forma de fracció es planteja el problema matemàtic.

*Heu de buscar maneres per calcular els percentatges que es corresponen amb cada fracció. Recordeu les equivalències que ja coneixem. Podeu usar la calculadora, si la necessiteu.*

*Algú té algun suggeriment per fer aquesta tasca? Heu d'intentar de trobar la resposta. Però tan important com trobar la resposta, és poder explicar com ho feu. I si ho podeu explicar en llenguatge matemàtic, fantàstic!*

Els nens i les nenes encaren la resolució del problema en els petits grups, per més endavant fer una posada en comú. En el gran grup es contrasten les solucions que aporten els diferents grups.

### Materials

Paper quadriculat, calculadora, rectes numèriques,

### Possibles preguntes de la mestra per guiar la conversa sobre el problema

#### En el petit grup

- Per on es pot començar a solucionar el problema?
- Com us poden ajudar les rectes numèriques?
- I les equivalències que coneixeu entre fraccions i

percentatges?

- Potser els decimals també us poden ajudar? Com?
- Com podríeu explicar el camí que heu seguit?
- Podríeu utilitzar el llenguatge de les matemàtiques per explicar-ho?
- Per què heu triat aquest camí ?
- Què heu après amb aquesta activitat ?

#### En el gran grup

- Algú vol preguntar alguna cosa en aquest grup sobre el camí que han seguit per trobar els percentatges ?
- Amb què s'han fixat per arribar a la solució? Què han relacionat?
- Algú, què ho hagi fet diferent, podria explicar amb les seves paraules el camí que ha seguit aquest grup?
- Algú pot aclarir la pregunta que ha fet...?
- En què s'assembla aquest camí i aquest altre ?
- Després de veure com ho han solucionat els altres, com ho faria jo ara ?

A l'exemple que mostrem tot seguit, s'ha triat un fragment de la conversa en grup classe on l'alumnat discuteix el procés de transformació de la fracció en decimal i posteriorment en percentatge, després d'haver treballat en petits grups de dos o tres alumnes. Es pot observar la construcció compartida del coneixement matemàtic a través de la conversa i el paper cabdal que hi té la mestra.

#### DURANT LA CONVERSA. GUIATGE. RELACIÓ FRACCIONS I PERCENTATGES

**Context de la conversa: Descripció i justificació de la transformació del decimal 0.13 en percentatge utilitzant les rectes numèriques per als decimals i percentatges** (s'indica la mestra amb M)

- Manel.* Aleshores, posem zeros, vale?. Si li posem un zero, un zero només, la coma la movem cap al 3 i en comptes de 0.13, ens queda 1.3. Aleshores si tenim un altre zero, la coma la posem més enllà del 3 i ja no hi ha coma i ens queda 13. I com que estem a la recta de percentatges...
- M.* Percentatges.
- Manel.* Doncs posem el percentatge.
- M.* a veure, a algú això que ha explicat el Manel, l'ha convençut? O ha pensat, buf!
- Algú.* Jo sé una manera.
- M.* algú no l'ha convençut això que ha explicat el Manel. Potser jo ho he fet així també, però,..
- Miquel.* Ho hauria de raonar una mica.
- M.* què dius?
- Miquel.* Ho hauria de raonar una mica. Ell ho està

dient, però ho hauria d'explicar més. Hauria d'explicar també el perquè pot dir ara poso un zero.

*M.* ah, clar !

*M.* El Miquel diu això: ho hauria de raonar perquè ara trec un 0, llavors moc la coma, doncs, bueno. Algú podria raonar-ho?

*La Judit i d'altres han aixecat la ma*

*M.* La Judit.

*Judit.* El decimal és cent vegades més petit que el percentatge. El decimal a la recta, al final, hem posat un 1 i el percentatge un 100. Llavors és 100 vegades més petit.

*M.* Parem un moment, abans de que continuïs. La Judit ens diu que...A veure pots repetir-ho ? Ho pot repetir el Pol ?

*Pol.* No ho he acabat d'entendre.

*M.* No ho has acabat d'entendre? Doncs a veure a poc a poc Judit.

*Judit.* El decimal és 100 vegades més petit que el percentatge.

*M.* La Judit diu que el decimal és 100 vegades més petit que el percentatge.

*Algú.* Sí

*M.* això seria un cop que ho tenim claríssim tots que el que hem de fer és 100 vegades més gran, no? Si tot ho tenim claríssim, fariem això, però per assegurar-nos que tots ho tenim claríssim, l'explicació que ens han donat no sé si s'acaba de veure clara o no. A mi m'agradaria que m'ho expliquessin amb unes altres paraules diferents a les que ha fet servir el Miquel per veure si s'entén o no.

*La Judit vol parlar*

*M.* La Judit ho vol explicar?.xt

*Judit.* Tothom sap ....

*M.* sí que pots sortir( li confirma que pot sortir a la pissarra), vinga.

*Judit.* (fa l'explicació a la pissarra amb l'ajuda de les rectes numèriques dibuixades). Tothom sap que la meitat de 1 és 0.5 (ho marca damunt de la recta decimal). I també que la meitat de 100 és el 50% (ho marca damunt de la recta de percentatges). Llavors podem veure que 0.5 és 100 vegades més petit que 50. Llavors al multiplicar per 100 ens dona el 50.

#### QUARTA PREGUNTA: Com pot ajudar l'anàlisi de la conversa de matemàtiques a enriquir l'avaluació dels alumnes, i alhora com pot esdevenir una eina per a la millora de la docència?

La pregunta fa referència a diverses idees connectades amb l'avaluació. Primerament, l'anàlisi de les aportacions dels nens i nenes a la conversa ofereix dades sobre els seus nivells d'aprenentatge, especialment referides al procés que segueixen per anar construint el seu coneixement matemàtic, per tant es pot afirmar que es tracta, sobretot, d'una avaluació

qualitativa. En segon lloc analitzar les aportacions de la mestra a la conversa contribueix a l'avaluació de la docència i conseqüentment a la millora de l'ajuda pedagògica que la mestra pot oferir. Per últim el contrast de l'anàlisi de les aportacions de la mestra i de l'alumnat contribueix a establir l'avaluació de la comunitat d'aprenentatge que és la classe, alumnes i mestra.

Cercar un instrument d'anàlisi de la conversa ha estat el gran repte de l'estudi realitzat.

A Serra (2010), s'ha creat la Pauta d'Observació de la Conversa de Matemàtiques prenent com a punt de partida la proposta de Huffered-Ackles, Fuson and Sherin (2004). S'han diferenciat les anàlisis de les aportacions del professorat, de les aportacions de l'alumnat. Ambdues però segueixen un mateix patró d'observació, que s'organitza en quatre blocs de categories:

- **Preguntes, Expressió del coneixement matemàtic, Font de les idees matemàtiques i Responsabilitat de l'aprenentatge.** La tria dels blocs respon als processos més rellevants que apareixen en la conversa de matemàtiques i que contribueixen a la construcció del coneixement matemàtic. Les Preguntes, tant de la mestra com de l'alumnat, tenen una presència preeminent a la conversa.
- **L'Expressió del coneixement matemàtic** es vincula molt estretament amb les diverses formes de representació que pot adoptar un concepte matemàtic, formes que van de les més concretes, utilitzant el material manipulable, a les més abstractes, amb l'ús del llenguatge matemàtic. Resulta cabdal tenir cura i acompanyar de forma especial el procés de representació que fan els alumnes, quan aprenen matemàtiques, per tal que puguin donar sentit i significat al llenguatge matemàtic.
- **La Font de les idees matemàtiques** fa clara referència a la concepció de la classe com a una comunitat d'aprenentatge, en el sentit de comprendre que les idees matemàtiques poden aparèixer per part dels alumnes i de mestra, si bé és la mestra qui gestiona la conversa i qui ha establert, prèviament els objectius de treball.
- **La Responsabilitat de l'aprenentatge** aprofundeix en la idea que en una comunitat d'aprenentatge, mestra i alumnes tenen responsabilitat en el procés d'aprendre.

Dins de cada bloc, s'han definit diferents categories i indicadors que permeten realitzar l'anàlisi de la conversa, tant les categories, com els indicadors van des d'un model de classe més directiva a un model de classe més col·laborativa. A continuació es mostren les categories i indicadors relatius a cadascun dels blocs (Serra, 2010).

### Observació de la conversa de matemàtiques BLOCS, CATEGORIES I INDICADORS DE LES APORTACIONS DEL PROFESSORAT

#### BLOC 1: PREGUNTES

Categories del Bloc 1 amb els corresponents indicadors:

#### La mestra fa preguntes, expressions o actuacions que regulen la interacció

1. Només pregunta la mestra.
2. Demana als alumnes que l'escoltin.
3. Demana als alumnes atenció a les seves explicacions.
4. La mestra espera que els alumnes es facin preguntes entre ells relacionades amb la seva feina.

#### La mestra formula preguntes o expressions que fomenten el coneixement

1. Fa preguntes breus i freqüents.
2. Fa preguntes tancades.
3. La mestra fa algunes preguntes sobre com pensen els alumnes o sobre els processos de resolució que utilitzen.
4. La mestra fa preguntes obertes.
5. La mestra fa preguntes amb perspicàcia.
6. La mestra demana als alumnes que justifiquin les seves respostes. Per què?
7. Les preguntes de la mestra guien el discurs de la classe.
8. La mestra fa preguntes que fomenten que es posi de manifest la rellevància d'algunes dades.
9. Les preguntes que fa la mestra fomenten les connexions.
10. La mestra repeteix preguntes clau.

#### La mestra formula preguntes o expressions que fomenten la col·laboració

1. La mestra fa preguntes a un alumne/a relatives als treballs dels altres.
2. La mestra facilita que els alumnes preparin preguntes sobre els treballs de d'altres alumnes.
3. La mestra planteja preguntes per aclarir els processos de resolució dels alumnes. (Les preguntes de la mestra tenen en compte les limitacions d'alguns alumnes per comprendre les explicacions dels altres).

## BLOC 2: EXPRESSIÓ DEL PENSAMENT MATEMÀTIC

Categories del Bloc 2 amb els corresponents indicadors:

### La mestra/e és el centre d'atenció de l'expressió del pensament matemàtic

1. La mestra centra l'atenció en les respostes dels alumnes.
2. La mestra ofereix força explicacions.
3. La mestra fa poques intervencions que estimulin les explicacions de les estratègies utilitzades pels alumnes.
4. S'exposen una o dues estratègies de resolució d'una mateixa tasca.

### La mestra fomenta l'aparició de diferents expressions verbals del pensament matemàtic dels alumnes

1. La mestra dona suport, mitjançant comentaris, preguntes, a les descripcions dels processos que fan els alumnes.
2. La mestra facilita l'expressió d'un ventall d'estratègies dels alumnes.
3. La mestra segueix molt de la vora les descripcions que fan els alumnes del seu pensament.

### La mestra fomenta l'aparició de diferents representacions del pensament matemàtic dels alumnes a través del material manipulable

1. La mestra aporta i suggereix l'ús de materials manipulables per a l'expressió del pensament matemàtic dels alumnes.

### La mestra fomenta l'aparició de diferents representacions del pensament matemàtic dels alumnes mitjançant els gràfics, diagrames o llenguatge simbòlic

1. La mestra aporta imatges, diagrames, taules, i gràfics rellevants per a l'expressió del pensament matemàtic.
2. La mestra utilitza metàfores, analogies o històries per expressar el pensament matemàtic

### La mestra fomenta el contrast de diferents expressions del pensament matemàtic dels alumnes.

1. La mestra suggereix als alumnes que descriguin els processos exposats per altres.
2. La mestra suggereix als alumnes que valorin justificadament els processos exposats per altres.

La mestra suggereix als alumnes que utilitzin els processos exposats per altres.

## BLOC 3: FONT DE LES IDEES MATEMÀTIQUES

Categories del Bloc 3 amb els corresponents indicadors:

### La mestra és la font de les idees matemàtiques.

1. La mestra se situa físicament a la pissarra amb el guix a la ma.
2. La mestra explica i mostra als alumnes com es fan matemàtiques.
3. La mestra encara és la font principal d'idees, però fomenta que es manifestin algunes idees dels alumnes.

### La mestra fa emergir les idees matemàtiques a través de recollir les aportacions dels alumnes.

1. La mestra per explicar utilitza les respostes i aportacions dels alumnes.
2. La mestra posa paraules a les accions dels alumnes.
3. La mestra permet que els alumnes interrompin les seves explicacions, amb comentaris.
4. La mestra fomenta, mitjançant comentaris i preguntes, que els alumnes expliquin les seves pròpies estratègies

### La mestra fa emergir les idees matemàtiques a través de contrastar les aportacions dels alumnes

1. La mestra compara i contrasta les explicacions dels alumnes.

### La mestra fa emergir les idees matemàtiques a través d'analitzar els errors dels alumnes

1. La mestra, amb les seues comentaris, fomenta que emergeixin idees errònies o incompletes per tal d'analitzar-les i millorar-les
2. La mestra utilitza els errors com a oportunitats per aprendre.

### La mestra condueix les lliçons de matemàtiques a partir de recollir les idees dels alumnes mitjançant comentaris, justificacions o recapitulacions

1. La mestra incorpora les notacions i el llenguatge matemàtic a les idees dels alumnes.
2. La mestra aporta justificacions a les solucions dels alumnes
3. La mestra fa recapitulacions en base a les aportacions dels alumnes.
4. La mestra decideix la importància del que cal continuar explorant i aprofundint.

La mestra utilitza les idees dels alumnes i els processos com a bases per a desenvolupar les lliçons.

**BLOC 4: RESPONSABILITAT DE L'APRENTATGE**

Categories del Bloc 4 amb els corresponents indicadors:

**Les actuacions de la mestra mostren la seva responsabilitat en l'aprenentatge dels alumnes**

1. La mestra repeteix les respostes, que van dirigides a ella, a tota la classe.
2. La mestra contesta als alumnes per verificar la correcció de les respostes.
3. Només la mestra fa el feedback
4. La mestra mostra diferents actuacions d'acord amb les diferents necessitats dels alumnes.
5. La mestra, en funció del context, aporta informació, dona pistes, clarifica, modelitza.
6. La mestra, en funció del context, deixa als alumnes que vencin les dificultats.
7. La mestra amb les seves actuacions mostra claredat en els objectius d'aprenentatge.

**Les actuacions de mestra fomenten la co-responsabilitat de l'aprenentatge amb els alumnes**

1. La mestra dona temps perquè els alumnes participin.
2. La mestra fa propostes que faciliten que els alumnes s'escoltin i s'ajudin entre ells.
3. La mestra, amb els seus comentaris i actuacions, encoratja als alumnes perquè es responsabilitzin per comprendre les idees dels altres.
4. La mestra demana l'opinió, l'acord o el desacord, amb formes de resolució dels altres i la justificació de la opinió.
5. La mestra suggereix que els alumnes afegeixin quelcom.

La mestra fomenta amb les seves propostes i comentaris la col·laboració entre alumnes..

**Observació de la conversa de matemàtiques BLOCS, CATEGORIES I INDICADORS DE LES APORTACIONS DE L'ALUMNAT****BLOC 1: PREGUNTES**

Categories del Bloc 1 amb els corresponents indicadors:

**Els alumnes responen o intervenen per iniciativa de la mestra**

1. No hi ha conversa matemàtica entre els alumnes.
2. Quan un alumne/a respon una pregunta de la mestra, els altres escolten passivament o esperen el seu torn.
3. Els alumnes fan preguntes sobre el treball dels altres, sovint encoratjats per la mestra.

**Els alumnes intervenen per iniciativa pròpia**

1. Els alumnes poden iniciar la conversa per iniciativa pròpia, sense dependre de la mestra.
2. Els alumnes fan preguntes sobre el treball dels altres, per iniciativa pròpia.
3. Els alumnes s'escolten atentament.

**Els alumnes donen respostes diferents**

1. Els alumnes donen respostes breus únicament a la mestra
2. Els alumnes fan descripcions completes del seu pensament

**Els alumnes suggereixen: preguntes problemes, justificacions, aclariments**

1. Els alumnes fan preguntes i escolten les respostes.
2. Els alumnes suggereixen problemes.
3. Moltes de les preguntes que fan els alumnes són perquè que demanen respostes justificades.

Els alumnes repeteixen les preguntes fins que no comprenen bé les respostes.



## **BLOC 2: EXPRESSIÓ DEL PENSAMENT MATEMÀTIC**

Categories del Bloc 2 amb els corresponents indicadors:

### **El centre d'atenció són les respostes (finals dels alumnes)**

1. El centre d'atenció del treball són les respostes breus dels alumnes.
2. Hi ha poques intervencions voluntàries dels alumnes
3. Normalment els alumnes aporten informació quan la mestra ho suggereix

### **Els alumnes comuniquen els seus processos de resolució verbalment**

1. Els alumnes aporten informació i explicacions voluntàriament.
2. Els alumnes fan descripcions breus del seu pensament.

### **Els alumnes comuniquen els seus processos de resolució utilitzant diferents representacions no només verbals**

1. Els alumnes utilitzen el material manipulable per expressar el seu pensament.
2. Els alumnes utilitzen gràfics, diagrames, per descriure els seus processos de resolució.
3. Els alumnes utilitzen metàfores i analogies per explicar les seves idees
4. Els alumnes utilitzen diferents representacions per expressar els processos emprats, algunes inventades i lliures i d'altres convencionals.

### **Els alumnes justifiquen els processos de resolució**

1. Els alumnes justifiquen les seves respostes amb l'ajuda de petites insinuacions de la mestra.
2. Els alumnes justifiquen les seves respostes per ells sols.
3. Els arguments presentats per alguns alumnes no són rellevants per als altres.

Els arguments que presenten alguns alumnes són rellevants per als altres.

## **BLOC 3: FONT DE LES IDEES MATEMÀTIQUES**

Categories del Bloc 3 amb els corresponents indicadors:

### **Els alumnes imiten la mestra/e quan parlen de matemàtiques**

1. Els alumnes imiten la mestra. No mostren les seves pròpies idees matemàtiques.

### **Els alumnes aporten algunes idees pròpies quan parlen de matemàtiques**

1. Emergeixen algunes idees dels alumnes en les discussions, però no s'analitzen a fons.
2. Els alumnes mostren confiança i seguretat a l'explicar els seus raonaments i estratègies i comparar-los amb els altres.
3. Les idees dels alumnes esdevenen sovint la guia de la lliçó.
4. Els alumnes aporten les seves idees quan la mestra o altres alumnes estan ensenyant.

### **Els alumnes aporten propostes d'avenç del coneixement matemàtic**

1. Els alumnes fan al·legacions (proposicions assertives)
2. Els alumnes fan conjectures.
3. Els alumnes justifiquen al·legacions.
4. Els alumnes suggereixen explorar exemples i contraexemples per investigar conjectures.

### **Els alumnes contrasten idees matemàtiques**

Els alumnes espontàniament comparen, contrasten i construeixen les seves idees.

**BLOC 4: RESPONSABILITAT DE L'APRENTATGE**

Categories del Bloc 4 amb els corresponents indicadors:

**Els alumnes mostren poca responsabilitat o iniciativa en el seu aprenentatge**

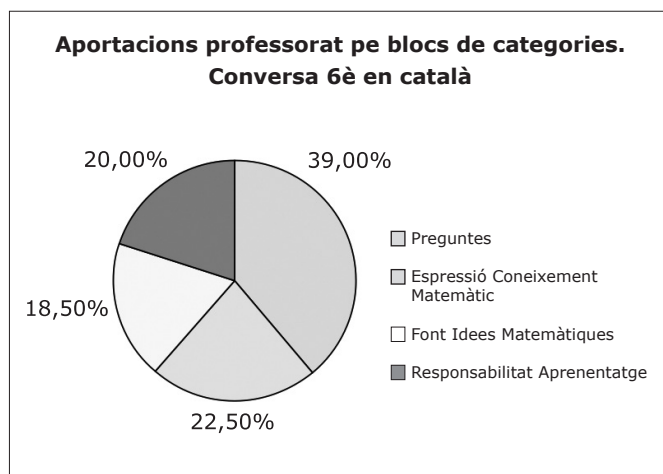
1. Els alumnes mostren una actitud passiva, intenten imitar la mestra.
2. Els alumnes en algunes ocasions repeteixen el que altres han dit.
3. Els alumnes ajuden als altres, quan la mestra ho demana.
4. L'ajuda entre els alumnes se centra en mostrar com ells/elles han solucionat el problema.
5. Els alumnes imiten el model de la mestra en el treball per parelles i de gran grup.
6. Quan la mestra ho demana, posen paraules a les idees dels altres.

**Els alumnes mostren co-responsabilitat en el seu aprenentatge**

1. Els alumnes s'impliquen en aclarir idees dels altres per fer-les seves.
2. Els alumnes s'escolten els uns als altres.
3. Els alumnes s'escolten i contribueixen a aclarir idees pròpies i dels altres en les discussions de gran grup, petit grup i parelles.
4. Els alumnes ajuden als altres a comprendre i a corregir els errors, oferint pistes, fent preguntes, suggerint analogies.
5. Els alumnes decideixen quin suport donen a les seves descripcions de les solucions.
6. Els alumnes escullen i manifesten camins de resolució propis, que no s'han suggerit a l'aula.

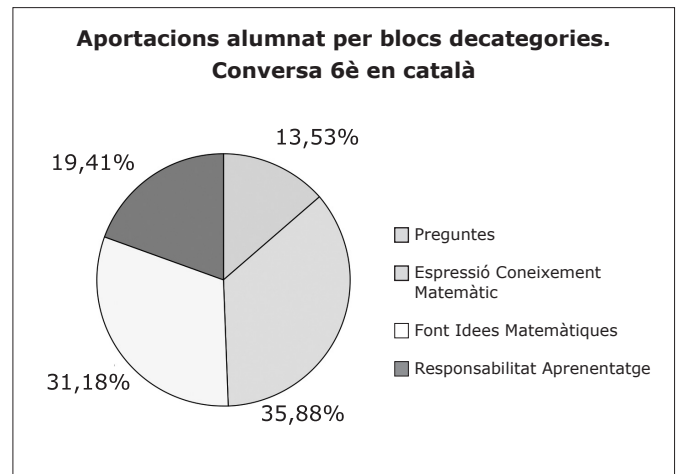
Els alumnes escullen i manifesten camins de resolució propis, que no s'han suggerit a l'aula i els justifiquen.

Tot seguint l'exemple de conversa de 6è curs, sobre la relació entre fraccions decimals i percentatges, s'ofereixen els resultats de l'anàlisi de la conversa, tant de les aportacions de la mestra, com de l'alumnat. Es fa referència explícita a les categories amb més presència.



El bloc de Preguntes destaca clarament per damunt dels altres. La categoria predominant dins d'aquest bloc, molt per damunt de les altres és **la mestra formula preguntes o expressions que fomenten el coneixement**.

El segon bloc remarcable és Responsabilitat de l'aprenentatge i la categoria més freqüents és: **les actuacions de la mestra fomenten la co-responsabilitat de l'aprenentatge amb els alumnes**.



Pel que fa a l'anàlisi de les aportacions de l'alumnat hi ha dos blocs que destaquen molt per igual: Expressió del Coneixement Matemàtic i Font de les idees matemàtiques.

Pel que fa al primer és considerable la presència de la categoria **els alumnes mostren co-responsabilitat en el seu**, mentre que en relació al bloc Font de les idees matemàtiques són destacables dues categories: **els alumnes aporten idees pròpies quan parlen de matemàtiques** i **l'expressió del pensament matemàtic el centre són les respostes dels alumnes**.

Es pot concloure que aquesta conversa se situa en el nivell 2 de complexitat del desenvolupament de la conversa definit per Hufferd, -Ackles, Fuson i Sherin (2004). *La mestra modela i ajuda als alumnes a assumir nous rols. Creix el co-ensenyament i el co-aprenentatge entre alumnes mitjançant la conversa.*

**CONCLUSIONS**

El currículum de matemàtiques per a l'Educació Primària considera que la comunicació i representació dels resultats i processos que realitzen els infants en el procés d'aprenentatge és un dels components de la competència matemàtica. És en aquest marc on s'inscriu la importància de la conversa de matemàtiques a la classe, entre la mestra/e i l'alumnat

Focalitzar l'interès en la conversa de matemàtiques entre l'alumnat i la mestra pot esdevenir una ajuda per a les nenes i nens i per a la mestra. Per als aprenents, la conversa pot esdevenir un pont cap la comprensió i representació, tot fent ús del llenguatge matemàtic, alhora que pot afavorir la connexió i transferència de conceptes matemàtics. Per als docents la

conversa es pot convertir en una eina que afavoreix l'ajuda pedagògica, ja sigui de la pròpia mestra, o dels companys de classe, i alhora pot utilitzar-se com a instrument d'autoavaluació de la docència i d'avaluació de l'alumnat.

La conversa de matemàtiques a la classe cobra el seu màxim sentit dins d'un context de comunitat d'aprenentatge, on nens i nenes i mestra avancen conjuntament en el coneixement matemàtic mitjançant les interaccions verbals sobre activitats matemàtiques, que esdevinguin reptes (Serra, 2008).

És necessari però, un bon guiatge de la conversa, a més a més de la planificació d'activitats que portin els alumnes a fer matemàtiques. La gestió de l'aula per part de la mestra durant la conversa esdevé fonamental. Els blocs de categories, definits en la Pauta d'observació de la Conversa de Matemàtiques, Preguntes, Expressió del Coneixement Matemàtic, Font de les idees Matemàtiques i Responsabilitat de l'aprenentatge, conjuntament amb les categories i indicadors, poden ser un patró a considerar tant per obtenir recursos concrets d'actuació a l'aula, com per avaluar la pròpia metodologia emprada.

**Nota:**

[1] Pot trobar-se l'activitat completa a l'Annex 5 de Serra (2010). <http://www.xtec.cat/sgfp/licencies/200910/memories/2051m.pdf>

**Referències Bibliogràfiques:**

Alsina, C., Burgués, C., Fortuny, J., Giménez, J. i Torra, M. (1995). *Ensenyar matemàtiques*. Barcelona: Graó

Bishop, A. (1999). *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Paidós

Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (2007). *Currículum d'Edu-*

*ció Primària. Matemàtiques*. Barcelona. [http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/primaria/matematiques\\_pri.pdf](http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/primaria/matematiques_pri.pdf) (consultat gener 2010)

Hatano, G. i Inagaki, K. (1991). Sharing Cognition through Collectives Comprehension Activity. *Perspectives on Socially Shared Cognition* Washington, DC: American Psychological Association

Hufferd-Ackles, K; Fuson i K; Sherin, M (2004). Describing Levels and Components of Math-Talk Learning Community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35, 81-116

Kamii, C (1988). *El niño reinventa la aritmética*. Madrid: Visor

Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes*. Barcelona: Paidós

National Council of Teachers of Mathematics (2006). *Curriculum Focal Points*. Reston: NCTM

National Council of Teachers of Mathematics (2010). *Illuminations. Resources for Teaching Maths*. <http://illuminations.nctm.org/Lessons.aspx> (consultat març 2010)

Niss, M (2003). *Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: the Danish Kom Project*. IMFUFA, Roskilde University, P.O. BOX 260, DK-4000 Roskilde, Denmark

OCDE (2003). *The PISA 2003. Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. París: OCDE

Serra, T. i Vinós P. J. (2008). *Currículum de Matemàtiques en format taula*. [http://phobos.xtec.cat/creamati/joomla/index.php?option=com\\_content&task=view&id=278&Itemid=81](http://phobos.xtec.cat/creamati/joomla/index.php?option=com_content&task=view&id=278&Itemid=81) (consultat novembre 2011)

Serra, T. (2008). Fent i parlant aprenem amb els altres. *Àmbits de Psicopedagogia*, 24, 24-29.

Serra, T. (2010). La conversa de Matemàtiques: Una eina per a la millora de la competència matemàtica de tot l'alumnat de l'Educació Primària. Llicència Retribuïda. Modalitat A. Departament d'Educació.

<http://www.xtec.cat/sgfp/licencies/200910/memories/2051m.pdf>

Serra, T. (2011). *Parlant de Matemàtiques per aprendre'n*. Barcelona. Rosa Sensat

Yackel, E. (2002). What we can learn from analyzing the teacher's role in collective argumentation. *Journal Mathematical Behavior*, 21, 423-440

**Correspondència amb l'autora:** Teresa Serra Santasusana. Mestra i psicopedagoga. Escola Vila Olímpica de Barcelona. E-mail: [tserra@xtec.cat](mailto:tserra@xtec.cat)

